Ueber die Untersuchung

der

Microscope und Theilungsfehler

an den

Kreisen des neuen Aequatoreals

der

Hamburger Sternwarte.

Inaugural-Dissertation,

der philosophischen Facultät in Göttingen vorgelegt

von

C. L. F. Kampf,

Observator an der Hamburger Sternwarte.

ALTONA.

Druck von Gustav Esch.

1868.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544702_0114

Sr. Magnificenz,

dem Bürgermeister der freien Reichsstadt Hamburg,

Herrn Senator F. Sieveking, Dr. jur. utr.

hochachtungsvoll gewidmet

vom Verfasser.

Einleitung.

Der Senat der freien Reichsstadt Hamburg hat bei seiner bekannten Liberalität und geführt durch das Wohlwollen, welches er der Wissenschaft und ihrem Fortschritt bezeigt, seit einer Reihe von Jahren eine Sternwarte unterhalten, von der bereits namhafte Leistungen ausgegangen sind. Sie war bisher uur mit einem Meridiankreise, einem Passageninstrumente, einem parallactisch montirten kleinen Refractor und mehreren kleinen Instrumenten ausgerüstet. Wenn die vorhandenen Instrumente auch zur Noth für jede astronomische Beobachtung die nöthigen Hilfsmittel boten und dies um so mehr, weil fast alle aus der bewährten Werkstätte der Herren Repsold & Söhne hervorgegangen sind, so stellte sich doch bei den heutigen Anforderungen an die Wissenschaft das Bedürfniss nach einem grösseren Aequatoreal heraus und bei dem allgemeinen Interesse, dass man hier der Astronomie zuwendet, hat eine Gesellschaft von Kaufleuten das nöthige Geld gegeben und der Sternwarte ein solches Instrument anfertigen lassen. Die Ausführung desselben übernahmen die Herren A. Repsold & Söhne.

Das Aequatoreal wurde im Herbste vorigen Jahres in einem Thurme nordwestlich vom Meridiankreise aufgestellt und durch meinen Vorgänger, Herrn Dr. C. F. W. Peters berichtigt; eine eingehende Untersuchung desselben ist von mir ausgeführt. Es gereicht mir zur grossen Freude, die Beschaffenheit und Güte des Instruments als eine weit über die Erwartung gehende bezeichnen zu können.

Die Untersuchung erstreckte sich zuerst auf die Fehler der Micrometerschrauben und die Theilungsfehler der Kreise, deren Ergebniss ich im Folgenden mittheilen will.

1.

Untersuchung der Micrometerschrauben an den Microscopen des Declinations- und Stundenkreises.

Beide Kreise sind von 2 zu 2 Minuten getheilt; durch die Microscope, deren Revolution 1′ beträgt, werden direct Secunden abgelesen. Zur Erleichterung der Untersuchung der Micrometerschrauben hatte Herr Repsold einen kleinen Hilfsbogen getheilt, auf dem ein ganzes Intervall von 120″, ferner 60″, 30″ und 15″ abgelesen werden konnte. Die im Folgenden mit A und B bezeichneten Microscope befinden sich am Stundenkreise, A westlich, B an der Ostseite, während die Microscope C und D beim Declinationskreise befestigt sind, C auf der Nordseite, D nach Süden zu, wenn der Kreis nach Osten liegt. Bei jeder Einstellung lese ich den Theilstrich nach und vor dem Nullpuncte des Micrometers ab, um auf diese Weise die Beobachtung von dem Einflusse der Veränderungen frei zu machen, welchen die Werthe der Micrometertheile unterworfen sind. Die Micrometerschraube wird ohne Ausnahme in einem Sinne (rechts) gedreht. Die Micrometer können so untersucht werden, dass man den Gang der Schraube als regelmässig ansieht, oder wenigstens die Ungleichheiten des Ganges als periodisch wiederkehrend annimmt, und dann die Theilungsfehler der Trommel bestimmt mit den periodisch sich wiederholenden Ungleichheiten in dem Schraubengange. Oder man macht über die Periodicität der Fehler keine Annahme und untersucht dann jeden Schraubengang besonders, während im früheren Falle nur die Untersuchung einer Revolution nöthig ist. Die Microscope bei dem hiesigen Aequatoreal sind, wie die Messungen gezeigt haben, von so vorzüglicher Güte, dass es wohl genügt hätte, die Fehler nur einer Revolution zu untersuchen, jedoch habe ich, um zu dieser Ueberzeugung zu gelangen, vier Umgänge untersucht und dieselben in Rechnung genommen. Wenn nun auch die Abweichung zwischen den einzelnen Revolutionen äusserst gering ist, wie die späteren

Tafeln für die Correctionen zeigen werden, so habe ich doch für den späteren Gebrauch bei Reduction von Beobachtungen die Correctionen für 2 Revolutionen berechnet.

Bezeichnet man die genauen Werthe der gemessenen Intervalle mit $120'' + x$, $60'' + y$, $30'' + z$, so ergeben sich aus den Messungen mit dem Microscop A folgende Mittelwerthe:

Microm.				
0 bis 120	$120'' + x = 120'' - 1'',683$	Anzahl d. Mess.:	24	(1)
120 „ 240	$120 + x = 120 - 1,417$	„ „	24	
0 bis 60	$60 + y = 60 - 1,210$	„ „	24	(2)
60 „ 120	$60 + y = 60 - 0,988$	„ „	24	
120 „ 180	$60 + y = 60 - 0,973$	„ „	24	
180 „ 240	$60 + y = 60 - 1,098$	„ „	24	
0 bis 30	$30 + z = 30 - 0,717$	„ „	12	(3)
30 „ 60	$30 + z = 30 - 0,503$	„ „	12	
60 „ 90	$30 + z = 30 - 0,704$	„ „	12	
90 „ 120	$30 + z = 30 - 0,488$	„ „	12	
120 „ 150	$30 + z = 30 - 0,213$	„ „	12	
150 „ 180	$30 + z = 30 - 0,458$	„ „	12	
180 „ 210	$30 + z = 30 - 0,500$	„ „	12	
210 „ 240	$30 + z = 30 - 0,633$	„ „	12	

Aus diesen Messungen leitete ich den Unterschied zwischen den beiden ersten Revolutionen und dem dritten und vierten Umgange ab. (Der Kürze wegen nenne ich im Folgenden die Summe der beiden ersten Revolutionen ersten Doppelumgang, die Summe der beiden anderen zweiten Doppelumgang.) Ein Intervall, das mit dem ersten Doppelumgange gemessen $120''$ ist, wird mit dem zweiten Doppelumgange

nach (1)	$120'',266$	mit dem Gewichte	16
„ (2)	120, 127	„ „ „	8
„ (3)	120, 608	„ „ „	2
im Mittel also:	$120'',250$	„ „ „	26 (4)

Bei Bestimmungen mit Micrometern kommt es immer nur auf den Unterschied der einzelnen Messungen an und es kann daher zu der Correction des Micrometers eine beliebige Constante hinzugefügt werden. Mit gleichem Rechte darf man eine dem Abstande des Micrometertheiles vom Nullpunct proportionale

Correction addiren. Mache ich die Correction für den Nullpunct gleich 0, so folgt aus (4):

Angabe d. Micr.	Corr.
0″	− 0″,125
120	0
240	− 0, 125

Bezeichnet man die Theilungsfehler bei 30, 60, 90, 150, 180, 210 resp. mit p, q, r, s, t und u, so folgt aus (2):

$$\left.\begin{array}{lll} 60+y=60''-1'',210+q+0'',125 & \text{Gewicht} & 24 \\ 60+y=60-0,\ 988-q+0,\ 000 & \text{„} & 24 \\ 60+y=60-0,\ 973+t-0,\ 000 & \text{„} & 24 \\ 60+y=60-1,\ 098-t-0,\ 125 & \text{„} & 24 \end{array}\right\} (5)$$

Addirt mau diese Gleichungen, so erhält man:

$$y=-1'',067$$

und diesen Werth in die Gleichungen (5) gesetzt:

$$\left.\begin{array}{lll} q=-0'',204 & \text{Gewicht} & 24 \\ q=-0,\ 143 & \text{„} & 24 \end{array}\right\} (6)$$

$$\left.\begin{array}{lll} t=+0,\ 031 & \text{„} & 24 \\ t=+0,\ 031 & \text{„} & 24 \end{array}\right\} (7)$$

Ebenso folgen aus (3) die Gleichungen:

$30+z=30''-0,''717+p+0'',125$	Gewicht	12
$30+z=30-0,\ 503-p+q$	„	12
$30+z=30-0,\ 704+r-q$	„	12
$30+z=30-0,\ 488-r$	„	12
$30+z=30-0,\ 213+s$	„	12
$30+z=30-0,\ 458-s+t$	„	12
$30+z=30-0,\ 500+u-t$	„	12
$30+z=30-0,\ 633-u-0,\ 125$	„	12

woraus $z=-0'',527$ und

$$\left.\begin{array}{lll} p=+0'',065 & \text{Gewicht} & 12 \\ p-q=+0,\ 024 & \text{„} & 12 \\ -q+r=+0,\ 177 & \text{„} & 12 \\ r=+0,\ 039 & \text{„} & 12 \end{array}\right\} (8)$$

$$\left.\begin{array}{rl} s = -0'',314 & \text{Gewicht } 12 \\ s - t = +0,\ 069 & \quad,, \quad 12 \\ t - u = +0,\ 027 & \quad,, \quad 12 \\ u = -0,\ 231 & \quad,, \quad 12 \end{array}\right\} (9)$$

Die Gleichungen (6) und (8) lassen sich schreiben:

$$\begin{array}{rl} 0 = -0'',780 + 12p & \\ 0 = -0,\ 288 + 12p - 12q & \\ 0 = +4,\ 896 \quad + 24q & \\ 0 = +3,\ 432 \quad + 24q & \\ 0 = -2,\ 124 \quad - 12q + 12r & \\ 0 = -0,\ 468 \quad + 12r & \end{array}$$

aus denen man nach der Methode der kleinsten Quadrate erhält:

$$\begin{array}{l} p = -0'',035 \\ q = -0,\ 160 \\ r = +0,\ 028 \end{array}$$

Auf gleiche Weise erhält man aus den Gleichungen (7) und (9) die Werthe:

$$\begin{array}{l} s = -0'',124 \\ t = -0,\ 004 \\ u = -0,\ 130 \end{array}$$

Die Messungen eines Intervalls von 15″ mit verschiedenen Theilen der Schraube geben:

Microm.		Gew.
0 bis 15	$15'' + v = 15'' + 2'',525$	12
15 „ 30	15 + 2, 767	12
30 „ 45	15 + 2, 438	12
45 „ 60	15 + 2, 746	12
60 „ 75	15 + 2, 567	12
75 „ 90	15 + 2, 735	12
90 „ 105	15 + 2, 088	12
105 „ 120	15 + 2, 504	12
120 „ 135	15 + 2, 667	12
135 „ 150	15 + 2, 479	12
150 „ 165	15 + 2, 683	12
165 „ 180	15 + 2, 858	12

Microm.		Gew.
180 bis 195	$15''+v = 15''+2'',767$	12
195 „ 210	$15 +2,\ 721$	12
210 „ 225	$15 +2,\ 971$	12
225 „ 240	$15 +2,\ 713$	12

Mit Hilfe der vorher gefundenen Correctionen wurden hieraus die Correctionen für die dazwischen liegenden Theile berechnet. Nennt man ξ die Correction für 15″, so folgt aus den beiden ersten Angaben:

$$15''+v = 15''+2'',525+\xi+0'',125$$
$$15 +v = 15 +2,\ 767-\xi-0,\ 035$$

woraus durch Subtraction der zweiten Gleichung von der ersten:

$$\xi = -0'',041.$$

Auf gleiche Weise wurden für 45″, 75″ etc. die Correctionen berechnet. Sie sind in folgender Tafel zusammengestellt:

Angabe d. Micr.	entsprechende Corr.	
0	$-0'',125$	
15	$-0,\ 041$	
30	$-0,\ 035$	
45	$-0,\ 056$	
60	$-0,\ 160$	
75	$-0,\ 018$	
90	$+0,\ 028$	
105	$-0,\ 222$	
120	$0,\ 000$	(10)
135	$+0,\ 156$	
150	$-0,\ 124$	
165	$-0,\ 023$	
180	$-0,\ 004$	
195	$+0,\ 090$	
210	$-0,\ 130$	
225	$+0,\ 256$	
240	$-0,\ 125$	

Nenne ich a die Ablesung des Micrometers bei der Einstellung auf den zweiten Theilstrich und c die entsprechende Correction, und ist a′ und c′ dasselbe für die Einstellung auf

den ersten Theilstrich, so ist das aus diesen Messungen hervorgehende Intervall zwischen den beiden Theilstrichen:

$$= 120'' + a + c - a' - c'.$$

Das Intervall ist, abgesehen von den Theilungsfehlern der Striche $= 120''$. Es ist daher die um c bereits verbesserte Micrometerablesung a nach dem Verhältniss von $120 + a + c - a' - c'$ zu 120 in Secunden zu verwandeln; dies ist:

$$(a + c)\frac{120}{120 + a + c - a' - c'}$$

$$\text{oder } a + a\frac{a' - a}{120} + c + a\frac{c' - c}{120},$$

wo die Quadrate und höheren Potenzen, sowie die Producte von $a' - a$, c, $c' - c$ vernachlässigt sind.

Mit Hilfe von Tafel (10) sind die Werthe von $c + a\frac{c' - c}{120}$ berechnet, welche an die wegen Abweichung zweier Schraubenumgänge von 120″ bereits corrigirte Ablesung noch anzubringen sind.

Microm.	Corr. C.
0	0″,000
15	+0, 131
30	−0, 102
45	+0, 035
60	−0, 082
75	+0, 020
90	−0, 011
105	−0, 162
120	0, 000

Folgende Formel stellt diese Werthe dar: u ist die Ablesung des Micrometers.

$$C = +0'',030 + 0'',020 \sin u + 0'',087 \sin 2u + 0'',065 \sin 3u$$
$$+0,\ 018 \cos u + 0,\ 008 \cos 2u + 0,\ 023 \cos 3u - 0'',019 \cos 4u$$

Vor der Untersuchung des Microscops B wurde der Hilfsbogen etwas abgeschliffen und dadurch die Theilung auf demselben etwas feiner und für die Ablesung deutlicher und bequemer gemacht. Die Messungen mit dem Micrometer wurden in der-

selben Weise ausgeführt, wie bei Microcop A. Die Mittelwerthe sind folgende:

Microm.			Anzahl d. Mess.
0 bis	120	$120'' + x = 120'' - 0'',858$	24
120 „	240	$120 + x = 120 - 1,\ 104$	24
0 „	60	$60 + y = 60 - 0,\ 871$	24
60 „	120	$60 + y = 60 - 0,\ 829$	24
120 „	180	$60 + y = 60 - 0,\ 773$	24
180 „	240	$60 + y = 60 - 0,\ 717$	24
0 „	30	$30 + z = 30 - 0,\ 525$	12
30 „	60	$30 + z = 30 - 0,\ 741$	12
60 „	90	$30 + z = 30 - 0,\ 875$	12
90 „	120	$30 + z = 30 - 0,\ 688$	12
120 „	150	$30 + z = 30 - 0,\ 900$	12
150 „	180	$30 + z = 30 - 0,\ 663$	12
180 „	210	$30 + z = 30 - 0,\ 546$	12
210 „	240	$30 + z = 30 - 0,\ 546$	12

Ein Intervall, das mit dem ersten Doppelumgange gemessen 120″ ist, wird nach diesen Mittelwerthen mit dem zweiten Doppelumgange sein:

	$120'' - 0'',246$	Gewicht 16
	$120 + 0,\ 210$	„ 8
	$120 + 0,\ 174$	„ 2
im Mittel also	$120 - 0,\ 073$	„ 26

woraus sich bei Angabe d. Micr. die Corr. ergiebt:

0	$+ 0'',036$
120	$0,\ 000$
240	$+ 0,\ 036$

Nehme ich auch hier für die Theilungsfehler dieselben Bezeichnungen p, q, r, etc., so erhalte ich aus den Bestimmungen des Intervalls von 60″:

$q = + 0'',110$	Gewicht 24
$q = + 0,\ 032$	„ 24
$t = - 0,\ 024$	„ 24
$t = - 0,\ 116$	„ 24

und aus den Messungen des Intervalls von 30″:

$p = -0'',124$	Gewicht 12
$p - q = -0,\ 056$	„ 12
$-q + r = +0,\ 190$	„ 12
$r = -0,\ 003$	„ 12
$s = +0,\ 215$	„ 12
$s - t = +0,\ 022$	„ 12
$t - u = +0,\ 139$	„ 12
$u = +0,\ 175$	„ 12

woraus die wahrscheinlichsten Werthe abgeleitet sind:

$p = -0'',066$
$q = +0,\ 049$
$r = +0,\ 118$
$s = +0,\ 101$
$t = -0,\ 034$
$u = +0,\ 001$

Aus den Messungen des Intervalls von 15″ erhalte ich:

Angabe d. Micr.		Anzahl d. Mess.
0 bis 15	$15'' + v = 15'' + 0'',350$	12
15 „ 30	$15 + 0,\ 450$	12
30 „ 45	$15 - 0,\ 150$	12
45 „ 60	$15 + 0,\ 513$	12
60 „ 75	$15 + 0,\ 129$	12
75 „ 90	$15 + 0,\ 033$	12
90 „ 105	$15 + 0,\ 288$	12
105 „ 120	$15 + 0,\ 121$	12
120 „ 135	$15 + 0,\ 192$	12
135 „ 150	$15 - 0,\ 200$	12
150 „ 165	$15 + 0,\ 279$	12
165 „ 180	$15 + 0,\ 538$	12
180 „ 195	$15 + 0,\ 167$	12
195 „ 210	$15 - 0,\ 225$	12
210 „ 225	$15 + 0,\ 117$	12
225 „ 240	$15 + 0,\ 396$	12

Hieraus finde ich mit Berücksichtigung der vorher erhaltenen Werthe für p, q, r etc. folgende Correctionen:

Angabe d. Micr.	Corr.
0	+ 0″,036
15	− 0, 035
30	− 0, 066
45	− 0, 323
60	+ 0, 049
75	− 0, 036
90	+ 0, 018
105	+ 0, 025
120	0, 000
135	+ 0, 146
150	+ 0, 101
165	− 0, 163
180	− 0, 034
195	+ 0, 213
210	+ 0, 001
225	− 0, 158
240	+ 0, 036

woraus folgende Werthe für $c + a\,\frac{c' - c}{120} = C$ sich ergeben:

Angabe d. Micr.	Corr. C.
0	0″,000
15	+ 0, 123
30	+ 0, 059
45	− 0, 223
60	+ 0, 008
75	+ 0, 057
90	+ 0, 014
105	− 0, 066
120	0, 000

Diese Werthe werden durch die Formel dargestellt:

$$C = -0'',004 - 0'',005 \sin u + 0'',117 \sin 2u - 0'',027 \sin 3u + 0,038 \cos u - 0,016 \cos 2u - 0,042 \cos 3u + 0'',024 \cos 4u$$

Mit Hilfe dieser und der für das Microscop A gefundenen Formel wurden die Correctionen $C' = C$ weniger der Constante, also der periodische Theil der Correction von 5″ zu 5″ berechnet.

Correctionen, welche an die wegen Abweichung eines Doppelumganges von 120″ bereits corrigirten Ablesungen der Microscope des Stundenkreises noch anzubringen sind:

Micrometer	Correctionen für Micr. A	für Micr. B
0	− 0″,030	+ 0″,004
5	+ 0, 125	+ 0, 044
10	+ 0, 180	+ 0, 084
15	+ 0, 161	+ 0, 127
20	+ 0, 050	+ 0, 154
25	− 0, 017	+ 0, 174
30	− 0, 072	+ 0, 063
35	− 0, 077	− 0, 058
40	− 0, 038	− 0, 170
45	− 0, 005	− 0, 219
50	− 0, 002	− 0, 184
55	− 0, 034	− 0, 088
60	− 0, 052	+ 0, 012
65	− 0, 043	+ 0, 070
70	− 0, 002	+ 0, 078
75	+ 0, 050	+ 0, 061
80	+ 0, 078	+ 0, 040
85	+ 0, 065	+ 0, 032
90	+ 0, 019	+ 0, 018
95	− 0, 042	− 0, 008
100	− 0, 100	− 0, 040
105	− 0, 132	− 0, 062
110	− 0, 120	− 0, 058
115	− 0, 065	− 0, 034
120	− 0, 030	+ 0, 004

In derselben Weise wurde bei den Messungen mit den Microscopen des Declinationskreises (C und D) verfahren und

die Rechnung ebenso durchgeführt. Ich gebe im Folgenden die Hauptdaten der Messungen und der Rechnung. Die Mittelwerthe, wie sie aus den Messungen folgen, sind:

Ang. d. Micr.		Microscop C	Microscop D	Zahl d. Mess.
0 bis 120	120″ + x =	120″ − 0″,838	120″ − 1″,117	24
120 „ 240		= 120 − 1, 046	120 − 1, 204	24
0 „ 60	60 + y =	60 − 0, 479	60 − 1, 113	24
60 „ 120		60 − 0, 642	60 − 1, 158	24
120 „ 180		60 − 0, 892	60 − 1, 296	24
180 „ 240		60 − 0, 904	60 − 1, 433	24
0 „ 30	30 + z =	30 − 0, 617	30 − 0, 475	12
30 „ 60		30 − 0, 742	30 − 0, 692	12
60 „ 90		30 − 0, 658	30 − 0, 625	12
90 „ 120		30 − 0, 775	30 − 0, 858	12
120 „ 150		30 − 0, 667	30 − 0, 708	12
150 „ 180		30 − 0, 575	30 − 0, 767	12
180 „ 210		30 − 0, 801	30 − 0, 683	12
210 „ 240		30 − 0, 742	30 − 0, 700	12

Nachdem ich aus diesen Werthen die Theilungsfehler bei 30″, 60″ etc. berechnet hatte, wurden folgende Mittelwerthe der Messungen eines Intervalls von 15″ in Rechnung genommen.

Ang. d. Micr.		Microscop C	Microscop D	Zahl d. Mess.
0 bis 15	15″ + v =	15″ + 0″,192	15″ + 0″,183	12
15 „ 30		15 + 0, 192	15 + 0, 567	12
30 „ 45		15 + 0, 200	15 + 0, 392	12
45 „ 60		15 + 0, 025	15 + 0, 183	12
60 „ 75		15 + 0, 117	15 + 0, 175	12
75 „ 90		15 + 0, 100	15 + 0, 595	12
90 „ 105		15 − 0, 067	15 + 0, 433	12
105 „ 120		15 − 0, 092	15 + 0, 300	12
120 „ 135		15 + 0, 158	15 + 0, 500	12
135 „ 150		15 + 0, 217	15 + 0, 533	12
150 „ 165		15 + 0, 167	15 + 0, 700	12
165 „ 180		15 + 0, 092	15 + 0, 300	12

Ang. d. Micr.	Microscop C	Microscop D	Zahl d. Mess.
180 „ 195	15″+ v = 15 + 0″,075	15 + 0,″425	12
195 „ 210	15 + 0, 242	15 + 0, 617	12
210 „ 225	15 + 0, 350	15 + 0, 633	12
225 „ 240	15 + 0, 092	15 + 0, 375	12

Darnach sind folgende Correctionen an die Ablesung der Microscope anzubringen:

Angabe d. Microm.	für Micr. C	für Micr. D
0	+ 0″,167	+ 0″,105
15	− 0, 095	− 0, 222
30	+ 0, 024	− 0, 044
45	+ 0, 072	+ 0, 126
60	+ 0, 007	+ 0, 015
75	+ 0, 032	− 0, 163
90	− 0, 055	− 0, 109
105	+ 0, 040	+ 0, 121
120	0, 000	0, 000
135	− 0, 068	0, 000
150	+ 0, 077	− 0, 032
165	− 0, 032	+ 0, 217
180	+ 0, 062	− 0, 003
195	− 0, 186	− 0, 115
210	+ 0, 145	+ 0, 042
225	− 0, 026	+ 0, 055
240	+ 0, 167	+ 0, 105

woraus die Correctionen berechnet sind, welche an die Ablesung noch anzubringen sind, die wegen der Abweichung eines Doppelumganges von 120″ bereits corregirt ist:

	Correction	
Angabe d. Microm.	für Micr. C	für Micr. D
0	0″,000	0″,000
15	− 0, 071	− 0, 028
30	+ 0, 064	− 0, 035
45	+ 0, 007	+ 0, 183
60	+ 0, 035	+ 0, 006
75	− 0, 050	− 0, 145
90	− 0, 005	− 0, 071
105	+ 0, 032	+ 0, 113
120	0, 000	0, 000

Die Correctionen werden durch folgende Formeln dargestellt

für Microscop C:

$$C = +0'',002 + 0'',009 \sin u - 0'',040 \sin 2u - 0'',026 \sin 3u$$
$$- 0,008 \cos u - 0,006 \cos 2u - 0,010 \cos 3u$$
$$+ 0'',022 \cos 4u$$

für Microscop D:

$$C = +0,003 + 0,042 \sin u - 0,117 \sin 2u + 0,024 \sin 3u$$
$$+ 0,007 \cos u + 0,028 \cos 2u - 0,010 \cos 3u$$
$$- 0'',028 \cos 3u$$

Mit Hilfe dieser Formeln ist der periodische Theil der Correction für beide Microscope von 5″ zu 5″ berechnet:

Micr.	Microscop C	Microscop D
0	− 0″,002	− 0″,003
5	− 0, 045	− 0, 021
10	− 0, 076	− 0, 022
15	− 0, 073	− 0, 031
20	− 0, 028	− 0, 051
25	+ 0, 028	− 0, 096
30	+ 0, 062	− 0, 038
35	+ 0, 058	+ 0, 037
40	+ 0, 028	+ 0, 123
45	+ 0, 005	+ 0, 180
50	+ 0, 005	+ 0, 168
55	+ 0, 035	+ 0, 087
60	+ 0, 033	+ 0, 003
65	+ 0, 017	− 0, 067
70	− 0, 020	− 0, 124
75	− 0, 052	− 0, 148
80	− 0, 056	− 0, 151
85	− 0, 036	− 0, 130
90	− 0, 007	− 0, 074
95	+ 0, 014	+ 0, 006
100	+ 0, 024	+ 0, 079
105	+ 0, 030	+ 0, 110
110	+ 0, 034	+ 0, 090
115	+ 0, 016	+ 0, 041
120	− 0, 002	− 0, 003

2.

Ueber die Untersuchung der Kreise.

Bei der Untersuchung eines Kreises scheint es mir vor Allem darauf anzukommen, dass rasche Veränderungen der Temperatur und die in Folge dessen hervorgerufene unregelmässige Ausdehnung der Microscopenträger, also auch ein unregelmässig veränderlicher Abstand der Microscope von einander vermieden werden. Die Klappen des Thurmes wurden daher schon eine Stunde vor Beginn der Beobachtungen geöffnet und die Spalte so gestellt, dass die Sonne direct in den Thurm schien, das Instrument, oder den Kreis jedoch nicht traf. Beim Beginn der Beobachtungen wurde dann die Kuppel des Thurmes so gedreht, dass das directe Sonnenlicht nicht mehr in den Raum fiel und auf diese Weise habe ich bei den Messungen, die gewöhnlich drei Stunden dauerten, nie mehr als einen Grad Temperaturzunahme gefunden. Die Messungen sind alle am Vormittage angestellt. Zur Untersuchung des Stundenkreises wurden die beiden Microscope des Declinationskreises noch an die Microscopenträger des Stundenkreises gesetzt. Diese Microscope sind von gleicher Beschaffenheit, wie aus dem Vorigen zu ersehen ist, und eine schöne Verbesserung in der Befestigung derselben macht es mit geringer Mühe möglich, sie von einem Kreise an den andern zu bringen. Als Microscopenträger sind zwei Arme, die in einen kreisförmigen Bogen (etwa 100°) endigen, an der Hülle der Axen befestigt; sie sind sehr solide aus Gusseisen gebaut. Das Microscop wird an diese Träger vermittelst zweier Halter festgeschraubt, von denen der dem Kreise am nächsten gelegene eine feste, enganschliessende Platte bildet; vermittelst zweier Schrauben wird diese Platte an den gusseisernen Ring befestigt. Der untere Halter besteht aus zwei concentrischen Ringen; an dem äussern derselben ist ein Stück befestigt, vermöge dessen die Verbindung mit dem Microscopenträger hergestellt wird. Drei Schrauben, welche durch den äussern Ring gehen, drücken auf den innern Ring und es lässt sich vermöge derselben der Nullpunct des Microscops auf jeden beliebigen

Strich stellen. Die Microscope wurden beim Stundenkreise nacheinander im Abstande von 90°, 60°, 45°, 30° und 15° angesetzt, symmetrisch zu beiden Seiten, und zwar so, dass die Verbindungslinie der Halbirungspuncte der Bögen zwischen je zwei Microscopen eine horizontale Lage hatte. In jedem dieser Abstände wurde der Kreis von 15° zu 15° untersucht. Jedenfalls ist es von einem grossen Vortheil, wenn zwei Beobachter die Ablesungen an den Microscopen machen, jedoch müssen dann beide mindestens eine gleiche Uebung in solchen Arbeiten besitzen. Da ich diese Untersuchungen gerade zu einer Zeit führte, wo mir eine solche Hilfe nicht geboten wurde, so zog ich es vor, die Ablesungen allein zu machen. Ich habe dabei wenigstens den Vortheil, dass ich mir bewusst bin, auf die ganze Arbeit gleiche Mühe und Sorgfalt verwandt zu haben. Bei der Untersuchung des Stundenkreises, die ich zuerst vornahm, blieb der Kreis in der Lage, die er sonst hat. Die Microscope waren folgendermassen vertheilt: Micr. A links oben, Micr. D links unten, Micr. C rechts oben, Micr. B rechts unten, wenn man mit dem Gesichte nach Norden steht. Es wurden immer drei Theilstriche eingestellt, der dem Nullpunct folgende, der Strich, auf den der Nullpunct fiel und der ihm vorangehende. Auf diese Weise erhielt ich die Abweichung des gemessenen Intervalls von 120″, die bei der Rechnung berücksichtigt wurde. Bei dem Abstande der Microscope von 90° und 60° wurde so verfahren, dass der Strich von 0° unter das Microscop A gebracht, derselbe mit der Micrometerschraube eingestellt, dann ebenso Microscop D, B und C abgelesen wurde; darauf wurde in umgekehrter Reihenfolge dieselbe Messung wiederholt, d. h. erst C, dann B, D und A abgelesen. Es kam mir dabei hauptsächlich darauf an, zu erfahren, ob das Fahren der Wagen auf den nahe gelegenen Strassen etwa eine Verrückung des Fernrohres bewirke. Nachdem ich mich überzeugt, dass ein solches Verschieben nicht Statt fand, las ich nur einmal in der Reihenfolge A, D, B, C vollständig ab und darauf machte ich, um immer eine Controlle zu haben, noch in umgekehrter Folge eine Einstellung des Theilstriches, der einen vollen Grad bezeichnete (immer den mittelsten der vorher abgelesenen). Bei dem Abstande der Microscope von 90° und 60° habe ich an einem Vormittage den Kreis nur zur Hälfte untersuchen können; da

jedoch die Einstellung bei 0° und 180°, 15° und 195° etc. eine gleiche Correction geben müssen, so wurde durch eine solche Messungsreihe immer eine Correction für alle Theilstriche gefunden, die untersucht werden sollten. Für diese beiden Abstände wurden je drei Messungen ausgeführt. Als ich jedoch nur einmal eine vollständige Einstellung von drei aufeinanderfolgenden Theilstrichen machte, konnte ich an einem Vormittage den Kreis ganz herum ablesen und erhielt für jeden Abstand, aus je zwei Messungsreihen, vier Werthe für die Correctionen wegen der Theilungsfehler.

Die Ablesungen der Microscope wurden bei der Reduction der Beobachtungen zunächst wegen der Abweichung des gemessenen Intervalls von 120″ corrigirt. Dazu hatte ich mir eine Tafel berechnet, welche mir den Werth a $\frac{a' - a}{120}$ (cf. Seite 12) direct für jede Abweichung gab. Darauf wurde an das Mittel der Ablesungen die Correction wegen Ungleichheit der Schraube angebracht und eine Correction wegen der veränderten Stellung der Microscope zu einander während der Beobachtung und zwar wurde hierfür die halbe Zunahme der Einstellung auf den vollen Gradstrich mit seinem richtigen Zeichen angenommen. Sodann bildete ich die Differenzen D – A und C – B und deren Summe. Hätten nun die Microscope während der ganzen Messungsreihe einen gleichen Abstand von einander behalten, so würde die erste Einstellung auf 0°, die Einstellung auf 180° und die letzte Messung ein gleiches Resultat liefern; die Abweichung dieser beiden letzten Daten von dem ersten wurde als proportional der Zeit entstanden angenommen und daher eine entsprechende Correction an die einzelnen Ablesungen angebracht. Die Abweichungen vom Mittel geben die doppelten Theilungsfehler. Die Mittelwerthe derselben sind für die einzelnen Abstände der Microscope folgende:

Micr. A.	Abst. 90°	Abst. 60°	Abst. 45°	Abst. 30°	Abst. 15°
0°	+0″,650	+0″,449	+0″,093	−0″,452	−0″,621
15	−0, 429	−0, 993	−1, 593	−1, 620	−0, 967
30	−0, 223	−1, 181	−1, 257	−1, 101	+0, 326
45	−0, 533	−0, 778	−0, 749	+0, 182	+0, 060
60	−1, 478	−1, 448	−0, 542	−0, 559	−0, 662

Micr. A.	Abst. 90°	Abst. 60°	Abst. 45°	Abst. 30°	Abst. 15°
75°	− 1″,643	− 0,″048	− 0″,024	− 0″,194	+ 0″,614
90	− 1, 412	+ 0, 107	− 0, 363	+ 0, 448	− 0, 338
105	+ 0, 294	− 0, 143	+ 0, 754	+ 0, 230	+ 0, 625
120	+ 0, 546	+ 0, 896	+ 0, 394	+ 0, 636	− 0, 231
135	+ 0, 830	+ 0, 982	+ 1, 146	+ 1, 221	+ 0, 451
150	+ 2, 017	+ 1, 115	+ 0, 971	+ 0, 837	+ 0, 046
165	+ 1, 381	+ 1, 042	+ 1, 170	+ 0, 372	+ 0, 697

Nenne ich die Fehler bei 0°, 15°, 30° . . . . . 150°, 165°, resp.

x_0, x_1, x_2 . . . . . x_{10}, x_{11},

so erhalte ich folgende Gleichungen:

$0 = -0'',650 - x_0 \quad + x_6$

$0 = +0,429 \quad - x_1 \quad + x_7$

$0 = +0,223 \quad - x_2 \quad + x_8$

$0 = +0,533 \quad - x_3 \quad + x_9$

$0 = +1,478 \quad - x_4 \quad + x_{10}$

$0 = +1,643 \quad - x_5 \quad + x_{11}$

$0 = +1,412 + x_0 \quad - x_6$

$0 = -0,294 \quad + x_1 \quad - x_7$

$0 = -0,546 \quad + x_2 \quad - x_8$

$0 = -0,830 \quad + x_3 \quad - x_9$

$0 = -2,017 \quad + x_4 \quad - x_{10}$

$0 = -1,381 \quad + x_5 \quad - x_{11}$

$0 = -0,449 - x_0 \quad + x_4$

$0 = +0,993 \quad - x_1 \quad + x_5$

$0 = +1,181 \quad - x_2 \quad + x_6$

$0 = +0,778 \quad - x_3 \quad + x_7$

$0 = +1,448 \quad - x_4 \quad + x_8$

$0 = +0,048 \quad - x_5 \quad + x_9$

$0 = -0,107 \quad - x_6 \quad + x_{10}$

$0 = +0,143 \quad - x_7 \quad + x_{11}$

$0 = -0,896 + x_0 \quad - x_8$

$0 = -0,982 \quad + x_1 \quad - x_9$

$0 = -1,115 \quad + x_2 \quad - x_{10}$

$0 = -1,042 \quad + x_3 \quad - x_{11}$

$0=-0,\ 093-x_0 \ldots\ldots +x_3 \ldots\ldots$

$0=+1,\ 593 \ldots -x_1 \ldots\ldots +x_4 \ldots\ldots$

$0=+1,\ 257 \ldots\ldots -x_2 \ldots\ldots +x_5 \ldots\ldots$

$0=+0,\ 749 \ldots\ldots -x_3 \ldots\ldots +x_6 \ldots\ldots$

$0=+0,\ 542 \ldots\ldots -x_4 \ldots\ldots +x_7 \ldots\ldots$

$0=+0,\ 024 \ldots\ldots -x_5 \ldots\ldots +x_8 \ldots\ldots$

$0=+0,\ 363 \ldots\ldots -x_6 \ldots\ldots +x_9 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 754 \ldots\ldots -x_7 \ldots\ldots +x_{10} \ldots$

$0=-0,\ 394 \ldots\ldots -x_8 \ldots\ldots +x_{11}$

$0=-1,\ 146+x_0 \ldots\ldots -x_9 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 971 \ldots +x_1 \ldots\ldots -x_{10} \ldots$

$0=-1,\ 170 \ldots\ldots +x_2 \ldots\ldots -x_{11}$

$0=+0,\ 452-x_0 \ldots +x_2 \ldots\ldots$

$0=+1,\ 620 \ldots -x_1 \ldots +x_3 \ldots\ldots$

$0=+1,\ 101 \ldots\ldots -x_2 \ldots +x_4 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 182 \ldots\ldots -x_3 \ldots +x_5 \ldots\ldots$

$0=+0,\ 559 \ldots\ldots -x_4 \ldots +x_6 \ldots\ldots$

$0=+0,\ 194 \ldots\ldots -x_5 \ldots +x_7 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 448 \ldots\ldots -x_6 \ldots +x_8 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 230 \ldots\ldots -x_7 \ldots +x_9 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 636 \ldots\ldots -x_8 \ldots +x_{10} \ldots$

$0=-1,\ 221 \ldots\ldots -x_9 \ldots +x_{11}$

$0=-0,\ 837+x_0 \ldots\ldots -x_{10} \ldots$

$0=-0,\ 372 \ldots +x_1 \ldots\ldots -x_{11}$

$0=+0,\ 621-x_0+x_1 \ldots\ldots$

$0=+0,\ 967 \ldots -x_1+x_2 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 326 \ldots\ldots -x_2+x_3 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 060 \ldots\ldots -x_3+x_4 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 662 \ldots\ldots -x_4+x_5 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 614 \ldots\ldots -x_5+x_6 \ldots\ldots$

$0=+0,\ 338 \ldots\ldots -x_6+x_7 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 625 \ldots\ldots -x_7+x_8 \ldots\ldots$

$0=+0,\ 231 \ldots\ldots -x_8+x_9 \ldots\ldots$

$0=-0,\ 451 \ldots\ldots -x_9-x_{10} \ldots$

$0=-0,\ 046 \ldots\ldots -x_{10}+x_{11}$

$0=-0,\ 697+x_0 \ldots\ldots -x_{11}$

Hieraus sind die Gleichungen abgeleitet:

$$
\begin{aligned}
0 &= -2'',045 + 10x_0 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 \ldots\ldots - x_6 \ldots\ldots - x_8 - x_9 - x_{10} - x_{11}\\
0 &= -7,600 - x_0 + 10x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - x_5 \ldots\ldots - x_7 \ldots\ldots - x_9 - x_{10} - x_{11}\\
0 &= -4,848 - x_0 - x_1 + 10x_2 - x_3 - x_4 - x_5 - x_6 \ldots\ldots - x_8 \ldots\ldots - x_{10} - x_{11}\\
0 &= -2,489 - x_0 - x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 - x_5 - x_6 - x_7 \ldots\ldots - x_9 \ldots\ldots - x_{11}\\
0 &= -4,521 - x_0 - x_1 - x_2 - x_3 + 10x_4 - x_5 - x_6 - x_7 - x_8 \ldots\ldots - x_{10} \ldots\ldots\\
0 &= +0,054 \ldots\ldots - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 10x_5 - x_6 - x_7 - x_8 - x_9 \ldots\ldots - x_{11}\\
0 &= -0,333 - x_0 \ldots\ldots - x_2 - x_3 - x_4 - x_5 + 10x_6 - x_7 - x_8 - x_9 - x_{10} \ldots\ldots\\
0 &= +4,041 - \ldots\ldots x_1 \ldots\ldots - x_3 - x_4 - x_5 - x_6 + 10x_7 - x_8 - x_9 - x_{10} - x_{11}\\
0 &= +2,863 - x_0 \ldots\ldots - x_2 \ldots\ldots - x_4 - x_5 - x_6 - x_7 + 10x_8 - x_9 - x_{10} - x_{11}\\
0 &= +5,575 - x_0 - x_1 \ldots\ldots - x_3 \ldots\ldots - x_5 - x_6 - x_7 - x_8 + 10x_9 - x_{10} - x_{11}\\
0 &= +4,516 - x_0 - x_1 - x_2 \ldots\ldots - x_4 \ldots\ldots - x_6 - x_7 - x_8 - x_9 + 10x_{10} - x_{11}\\
0 &= +4,787 - x_0 - x_1 - x_2 - x_3 \ldots\ldots - x_5 \ldots\ldots - x_7 - x_8 - x_9 - x_{10} + 10x_{11}
\end{aligned}
$$

Diese Gleichungen sind nach der Methode der kleinsten Quadrate aufzulösen. Ich habe diese sehr zeitraubende Arbeit durch ein Verfahren umgangen, das Gauss angewandt hat, wenn er die wahrscheinlichsten Werthe von Winkeln bestimmte, die er mehrmals einzeln und zusammengenommen gemessen hatte. Setzt man nämlich:

$$X_0 = -\frac{1}{10}\cdot(-2'',045)$$

$$X_1 = -\frac{1}{10}\cdot(-7,\ 600)$$

$$X_2 = -\frac{1}{10}\cdot(-4,\ 848)\ \text{etc., ferner}$$

$$\Delta_1 X_0 = \frac{1}{10}[X_1+X_2+X_3+X_4+X_6+X_8+X_9+X_{10}+X_{11}]$$

$$\Delta_1 X_1 = \frac{1}{10}[X_0+X_2+X_3+X_4+X_5+X_7+X_9+X_{10}+X_{11}]$$

etc.

und bildet $(\Delta_2 X_n)_{n=0}^{n=11}$ so aus $(\Delta_1 X_n)_{n=0}^{n=11}$, wie dieses aus den früheren Grössen und setzt die Bildung dieser (ΔX) solange fort, bis sie verschwindend klein werden, so ist:

$$x_0 = X_0 + \Delta_1 X_0 + \Delta_2 X_0 + \ldots\ldots$$

Zur Contolle der Rechnung dienen die Gleichungen:

$$0 = X_0 + X_1 + \ldots\ldots\ldots + X_{11}$$
$$0 = \Delta_1 X_0 + \Delta_1 X_1 + \ldots\ldots\ldots + \Delta_1 X_{11}$$
etc.

Auf diese Weise finde ich folgende Werthe:

$x_0 = +0'',252$	$x_6 = +0'',007$
$x_1 = +0,\ 799$	$x_7 = -0,\ 489$
$x_2 = +0,\ 601$	$x_8 = -0,\ 400$
$x_3 = +0,\ 338$	$x_9 = -0,\ 675$
$x_4 = +0,\ 573$	$x_{10} = -0,\ 488$
$x_5 = +0,\ 019$	$x_{11} = -0,\ 537$

Die Werthe werden durch die Gleichung dargestellt:

$$\begin{aligned} F = &+ 0'',620 \sin 2u + 0'',136 \sin 4u + 0'',139 \sin 6u \\ &+ 0,\ 142 \cos 2u + 0,\ 058 \cos 4u + 0,\ 051 \cos 6u \\ &+ 0,\ 103 \sin 8u + 0,\ 025 \sin 10u \\ &- 0,\ 020 \cos 8u - 0,\ 070 \cos 10u + 0,\ 091 \cos 12u \end{aligned}$$

wo u die Grade des Kreises bedeutet.

Nach dieser Formel sind die Theilungskreises von 5° zu 5° berechnet; ich werde dieselben mit denen des Declinationskreises zusammenstellen.

Der Declinationskreis wurde bei der Untersuchung in eine solche Lage gebracht, dass die Declinationsaxe und die getheilte Seite des Kreises nach Norden zeigten. In dieser Lage stehen je zwei Microscope in gleicher Höhe an den beiden Seiten des Kreises und die Ablesung wird nur in dieser Stellung zu einer durchaus möglichen. Ich hatte mir vorgenommen, diesen Kreis von 5° zu 5° zu untersuchen, musste jedoch meinen Entschluss, trotzdem ich schon einige Messungsreihen für den Zweck angestellt hatte, aufgeben, da ein anhaltend schlechtes Wetter die Arbeit voraussichtlich zu lange hingezogen hätte und ausserdem durch das Ansetzen der Microscope an einen Kreis das Instrument seinem eigentlichen Zwecke entzogen wurde. Die Microscope konnten wegen der Lage des Stundenkreises erst in einen Abstand von 60° gebracht werden: darauf wurden die Messungen bei 45°, 30° und 15° Abstand ausgeführt. Aus denselben erhielt ich folgende Mittelwerthe:

Micr. B.	Abst. 60°	Abst. 45°	Abst. 30°	Abst. 15°
0	− 2″,124	− 1″,817	− 1″,377	− 0″,192
15	− 2, 418	− 1, 802	− 1, 023	− 0, 310
30	− 1, 289	− 0, 618	− 0, 689	+ 0, 506
45	+ 0, 264	+ 0, 656	+ 1, 434	+ 1, 025
60	+ 0, 794	+ 1, 885	+ 1, 426	+ 0, 177
75	+ 3, 152	+ 2, 333	+ 1, 862	+ 0, 498
90	+ 2, 615	+ 1, 472	+ 0, 944	− 0, 174
105	+ 1, 175	+ 0, 833	− 0, 584	+ 0, 049
120	+ 0, 748	− 0, 017	− 0, 515	− 0, 036
135	− 0, 501	− 0, 355	+ 0, 042	− 0, 356
150	− 0, 754	− 0, 904	− 0, 555	− 0, 677
165	− 1, 662	− 1, 666	− 0, 965	− 0, 510

Hieraus sind die wahrscheinlichen Werthe abgeleitet:

$x_0 = +0'',857$	$x_6 = -0'',680$
$x_1 = +0,\ 349$	$x_7 = +0,\ 207$
$x_2 = -0,\ 494$	$x_8 = +0,\ 669$
$x_3 = -1,\ 279$	$x_9 = +1,\ 048$
$x_4 = -1,\ 399$	$x_{10} = +1,\ 154$
$x_5 = -1,\ 551$	$x_{11} = +1,\ 119$

die durch die Formel dargestellt werden:

$$F = -1'',135 \sin 2u + 0'',203 \sin 4u - 0'',034 \sin 6u$$
$$+0,\ 778 \cos 2u + 0,\ 084 \cos 4u + 0,\ 025 \cos 6u$$
$$+0,\ 082 \sin 8u - 0,\ 062 \sin 10u$$
$$-0,\ 014 \cos 8u - 0,\ 034 \cos 10u + 0,\ 019 \cos 12u$$

Nach dieser Formel sind die Theilungsfehler von 5° zu 5° berechnet:

Beim St.-Kr. zeigt Micr. A, beim Decl.-Kreise zeigt Micr. C	Theilungsfehler des Stundenkreises	Theilungsfehler des Declinationskreises
0°	+0'',252	+0'',857
5	+0, 533	+0, 705
10	+0, 715	+0, 534
15	+0, 799	+0, 349
20	+0, 811	+0, 123
25	+0, 745	−0, 158
30	+0, 601	−0, 494
35	+0, 429	−0, 835
40	+0, 318	−1, 116
45	+0, 338	−1, 279
50	+0, 465	−1, 342
55	+0, 585	−1, 355
60	+0, 573	−1, 399
65	+0, 404	−1, 482
70	+0, 175	−1, 565
75	+0, 019	−1, 551
80	−0, 011	−1, 386
85	+0, 030	−1, 071
90	+0, 007	−0, 680

Beim St.-Kr. zeigt Micr. A, beim Decl.-Kreise zeigt Micr. C	Theilungsfehler des Stundenkreises	Theilungsfehler des Declinationskreises
95°	− 0″,137	− 0″,305
100	− 0, 346	− 0, 008
105	− 0, 489	+ 0, 207
110	− 0, 506	+ 0, 367
115	− 0, 439	+ 0, 520
120	− 0, 400	+ 0, 669
125	− 0, 461	+ 0. 821
130	− 0, 587	+ 0, 948
135	− 0, 675	+ 1, 048
140	− 0, 657	+ 1, 110
145	− 0, 562	+ 1, 145
150	− 0, 488	+ 1, 154
155	− 0, 495	+ 1, 156
160	− 0, 548	+ 1, 143
165	− 0, 537	+ 1, 119
170	− 0, 376	+ 1, 068
175	− 0, 085	+ 0, 983
180	+ 0, 252	+ 0, 857

Bedenkt man, dass bei der von einem Beobachter ausgeführten Arbeit sich gewiss Fehler eingeschlichen haben, die durch eine der Zeit proportionale Aenderung nicht eliminirt worden sind, so geben die gefundenen Werthe für die Theilungsfehler gewiss das beste Zeugniss für die Güte der Kreise. Diese Fehler würden selbst noch sehr verringert werden, wenn jeder der Kreise mit vier Microscopen versehen wäre.